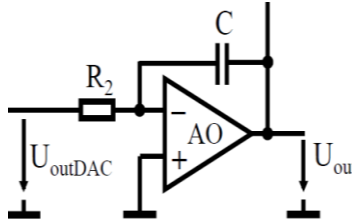


CNA : Filtre analogique programmable

On se propose de réaliser un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure est programmable. Pour cela on commence par analyser le circuit suivant :



1. On supposant qu'on arrive à exprimer U_{outDAC} en fonction du signal d'entrée U_{in} et du signal de sortie U_{out} comme suit : $U_{outDAC} = \alpha \cdot (U_{in} + U_{out})$ démontrer que la fonction de transfert $H(j\omega) = U_{out}/U_{in}$ est bien celle d'un filtre Passe-bas dont la fréquence de coupure est proportionnelle à α .

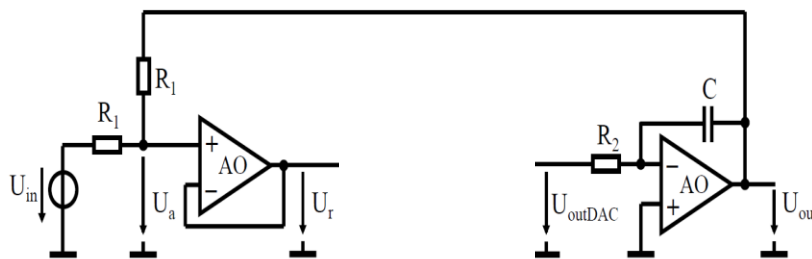
Un ampli Idéal à réaction négative nous permet d'écrire : $i_+ = i_- = 0$ et $v_+ = v_-$. C'est deux hypothèses donnent:

$$\frac{U_{out}}{U_{outDAC}} = -\frac{Z_C}{R_2} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} \rightarrow \frac{U_{out}}{\alpha(U_{in} + U_{out})} = -\frac{1}{j\omega R_2 C} \rightarrow U_{out} \left(1 + \frac{\alpha}{j\omega R_2 C}\right) = -\frac{\alpha}{j\omega R_2 C} U_{in} \rightarrow H(j\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1}{1 + j\omega \frac{R_2 C}{\alpha}}$$

Et donc $H(j\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = -\frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\alpha \omega_p}}$ avec $\omega_p = \frac{1}{R_2 C}$

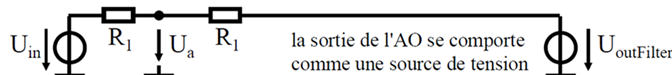
et donc si on rend α programmables numériquement on réalise de facto un filtre dont la bande passante est programmable.

Pour générer un signal fonction de $(U_{in} + U_{out})$ on complète le circuit comme suit :



2. Exprimer U_r en fonction de U_{out} et de U_{in} .

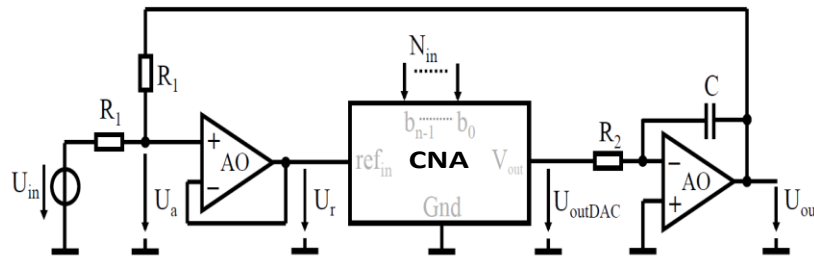
Exprimant d'abord U_a en fonction de U_{out} et de U_{in} . Si je considère que i_+ du suiveur est nul je peux ramener le schéma à :



Ce qui me donne par superposition : $U_a = \frac{U_{in} + U_{out}}{2}$

Et puisque le premier AO est monté en suiveur on a : $U_r = U_a = \frac{U_{in} + U_{out}}{2}$

Pour rendre U_r programmable on ajoute un convertisseur numérique analogique (CNA ou DAC) dont la valeur pleine échelle (Full Sale) est donné par la tension sur l'entrée ref_{in} c.à.d. U_r :



3. Exprimer U_{outDAC} en fonction de U_r et de b_0, b_1, \dots, b_{n-1} .

Le convertisseur numérique/analogique transforme le nombre codé en binaire sur n bits N_{in} en une grandeur analogique U_{outDAC} , selon la relation (slide 21 du cours CAN/CNA):

$$U_{outDAC} = LSB \cdot \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \frac{FS}{2^n} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

$$\rightarrow U_{outDAC} = \frac{U_r}{2^n} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

4. En déduire que α et donc la fréquence de coupure du Filtre passe-bas sont bien programmables à l'aide de l'entrée numérique N_{in} (c.à.d. b_0, b_1, \dots, b_{n-1}).

$$\text{D'après la question 2 : } U_r = \frac{U_{in} + U_{out}}{2} \rightarrow U_{outDAC} = \frac{U_{in} + U_{out}}{2^{n+1}} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \alpha (U_{in} + U_{out})$$

$$\rightarrow \alpha = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i}{2^{n+1}}$$

5. Récrire la fonction de transfert $H(j\omega) = U_{out}/U_{in}$.

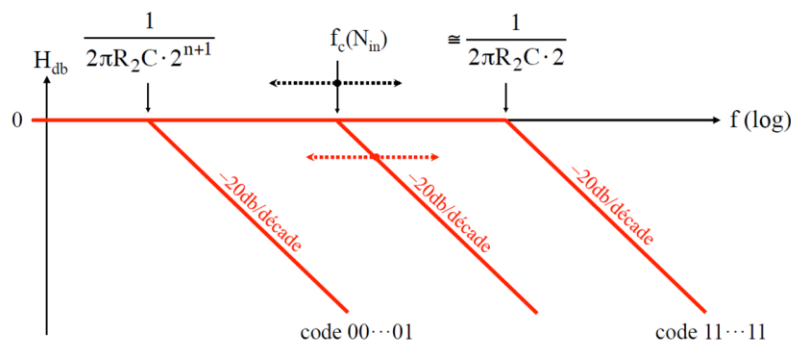
$$\rightarrow H(i\omega) = \frac{U_{out}}{U_{in}} = - \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_p^*}} \text{ avec } \omega_p^* = \frac{\alpha}{R_2 C} \text{ et } \alpha = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i}{2^{n+1}}$$

6. Tracer le diagramme de Bode en amplitude pour les valeurs extrêmes utilisables de N_{in} .

La valeur $N_{in} = 00\dots0$ qui donne $\omega_p^* = 0$ et $[H(i\omega)] \rightarrow 0$ est inutilisable

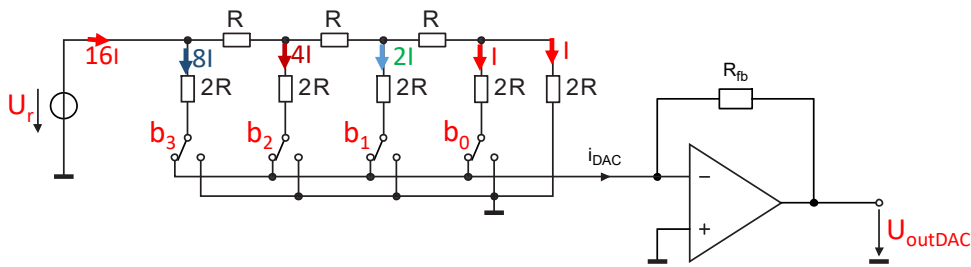
$$N_{in,min} \text{ sera donc } 00\dots01 \text{ est donne } \alpha = \frac{1}{2^{n+1}} \text{ et } \omega_p^* = 2\pi f_c = \frac{1}{2^{n+1} R_2 C}$$

$$N_{in,max} \text{ sera donc } 11\dots11 \text{ est donne } \alpha = \frac{2^n - 1}{2^{n+1}} \cong \frac{2^n}{2^{n+1}} \text{ (si } n \text{ est assez grand) et donc } \omega_p^* = 2\pi f_c \cong \frac{1}{2 R_2 C}$$



Filtre passe-bas analogique dont la fréquence de coupure est programmable numériquement.

7. Proposez un schéma pour le CNA de 4 bits et dimensionner ses éléments.



Ce circuit donne $U_{out,DAC} = -R_{fb}i_{DAC} = -R_{fb}I \sum_{i=1}^3 b_i 2^i = -R_{fb} \frac{U_r}{16R} \sum_{i=1}^3 b_i 2^i$ (voir slide 28 du cours CAN/CNA)

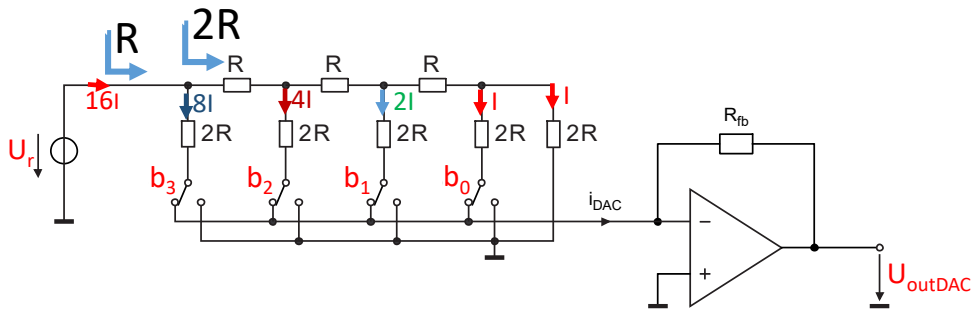
Or on veut un $U_{outDAC} = \frac{U_r}{2^4} \sum_{i=0}^{4-1} b_i 2^i$, pour cela il suffit de prendre un $R_{fb} = R$

Rq : le signe (-) qui apparait ne change pas la réponse en amplitude du Filtre. C'est seulement en phase qu'on aura un shift de 180° .

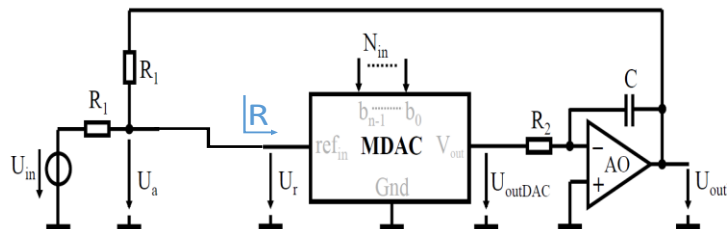
Exemple d'implémentation : $R = 1k\Omega$ et $R_{fb} = 1k\Omega$

8. Expliquer l'utilité du suiveur.

Le suiveur isole la tension U_a de l'entrée du CNA qui présente une résistance finie égale à R (voir slide 27 du cours)



Sans le suiveur l'équation $U_a = U_r = \frac{U_{in} + U_{out}}{2}$ n'est plus valable Il faut la remplacer par l'équation donnée par le circuit suivant en tenant compte de la résistance d'entrée du CAN:



Cela donne : $U_r = U_a = U_{in} \frac{R_1 // R}{R_1 + R_1 // R} + U_{out} \frac{R_1 // R}{R_1 + R_1 // R} = (U_{in} + U_{out}) \frac{R_1 // R}{R_1 + R_1 // R}$